

Curso de MÉTODOS MATEMÁTICOS VI

Curso 2009 - 2010

Departamento de Física Fundamental y Experimental Electrónica y Sistemas

Facultad de Física

Más información en la dirección <http://webpages.ull.es/users/juperez>

1. Presentación

Esta asignatura constituye un curso básico de Métodos Numéricos adaptado a las necesidades de la Licenciatura de Física de la Universidad de La Laguna, incluyendo las bases matemáticas de los métodos para resolver ecuaciones y sistemas, interpolación, integración y resolución de ecuaciones diferenciales, así como ilustraciones de problemas físicos en los que aparece dicha problemática.

2. Descripción y Objetivos

El objetivo global del curso es el de dotar al alumno de la base conceptual necesaria para poder afrontar el amplio abanico de problemas numéricos que suelen aparecer en el desarrollo de la Física. Esto requiere el desarrollo de las bases matemáticas, el manejo de los lenguajes de programación, y la ilustración de la adaptabilidad a su aplicación a problemas físicos utilizando las diferentes librerías y programas especializados existentes en el mercado.

Los dos primeros capítulos están dedicados a la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones, donde se contrastan los métodos iterativos (la solución se obtiene mediante aproximaciones sucesivas, como límite de una sucesión) con los métodos exactos (la solución se obtiene en un número finito de pasos), discutiendo la relevancia de analizar el número de operaciones necesarias para implementar un algoritmo, así como el almacenamiento necesario para obtener la misma.

En este sentido para la resolución de ecuaciones se introducen los métodos de iteración de un punto, basados en el teorema del punto fijo, analizando las condiciones de convergencia e introduciendo el concepto de orden de convergencia. Las diferentes simplificaciones y generalizaciones del método de Newton permiten discutir la diferencia entre el diseño analítico de un problema y su puesta en práctica. Este contraste se hace ver asimismo en la resolución de sistemas lineales.

La interpolación polinómica abre el camino para la resolución de integrales (cuadratura) y la resolución de ecuaciones diferenciales. En este caso se hace ver como para un problema

que tiene una única solución (el polinomio interpolador) existen distintas estrategias para obtener la misma, cuya utilización se hará más efectiva según el uso que se vaya a hacer de ésta.

Un aspecto de singular relevancia es el análisis del error. En este caso se hace patente como conocer la forma del error permite poder caracterizar el mismo y diseñar estrategias para optimizar la utilización de los métodos que derivan de la misma.

Las fórmulas de cuadratura (integración numérica) están basadas en las fórmulas de interpolación. En este caso la estrategia es la de sustituir el integrando de la función a integrar por un polinomio interpolador convenientemente elegido. La decisión sobre el grado del polinomio y los puntos a interpolar abrirá las puertas a la obtención de distintas fórmulas y la aplicación reiterada de las mismas conducirá a estrategias de aproximaciones sucesivas para obtener la solución buscada.

La solución de ecuaciones diferenciales está basada en las fórmulas de cuadratura y de interpolación, en este sentido la idea básica es la de transformar la ecuación diferencial en una ecuación integral y tratar de resolver ésta utilizando convenientemente fórmulas de interpolación del integrando correspondiente. En este caso esta estrategia está limitada por el conocimiento limitado de la solución restringido a la condición inicial de la ecuación diferencial, por lo que la técnica básica consiste en ir ampliando el intervalo en el que son conocidas aproximaciones de la solución, lo cual se puede ir realizando de forma reiterativa.

El conocimiento de la forma del error basado en el análisis del error llevado a cabo en los capítulos de interpolación en integración, permite introducir técnicas para reducir éste así como para obtener estimaciones de su orden de magnitud.

3. Contenido y Programa

1. Esquema conceptual y perspectiva histórica

Esquema conceptual de los métodos numéricos. Perspectiva histórica. Las máquinas de computación.

2. Resolución de ecuaciones

Método de iteración de un punto. Método de Newton. Aplicación contractiva y teorema del punto fijo. Orden de convergencia. Cuestiones prácticas y simplificaciones y generalizaciones del Método de Newton.

3. Resolución de sistemas lineales y no lineales.

Resolución iterativa de sistemas lineales: Métodos de Jacobi y Gauss Seidel. Almacenamiento y número de operaciones. Métodos de Relajación. Métodos de factorización para las solución

de sistemas lineales: Factorización de Gauss. Sistemas con término independiente múltiple. Inversión de matrices. Corrección de la solución. Sistemas no lineales: Método de Newton generalizado.

4. Interpolación polinómica.

Unicidad del polinomio interpolador. Forma de Lagrange. Forma de Newton. Diferencias divididas. El error en la interpolación polinómica. Diferencias divididas generalizadas.

5. Integración y diferenciación numérica.

Fórmulas de cuadratura de tipo interpolatorio: Fórmulas de Newton Cotes. Cuadratura Gaussiana. El error en las fórmulas de cuadratura. Grado de precisión. Fórmulas de cuadratura compuesta. Método de Romberg. Fórmulas de diferenciación. Extrapolación de Richardson.

6. Solución numérica de un problema de valores iniciales.

Métodos de un paso basados en fórmulas de cuadratura. Error de truncamiento. Métodos de Euler. Métodos Runge Kutta. Mejora de los métodos Runge Kutta. Métodos multipaso basados en fórmulas de cuadratura. Métodos predictor corrector. Mejora de los métodos predictor corrector.

3. Metodología

La metodología propuesta en esta asignatura está basada en el concepto de aula integrada, es decir docencia en un aula de informática donde se desarrollan de forma simultánea los contenidos teóricos, la realización de ejercicios y problemas y la realización de prácticas con el ordenador.

El desarrollo habitual de una asignatura consiste en la explicación por parte del profesor, el estudio posterior por parte del alumno y la evaluación en la convocatoria de examen. Sin embargo en esta asignatura, en la que el alumno dispone previamente del contenido básico de la misma, se realiza una evaluación previa a través de un examen escrito al inicio de cada tema.

Esta evaluación previa tiene el objeto de reforzar las capacidades de autoaprendizaje del alumno a la vez que llevar un seguimiento de la asignatura más próximo al desarrollo en clase. La realización de ejercicios y prácticas de ordenador completan el trabajo a realizar por el alumno de forma continua a lo largo del cuatrimestre.

La exposición de contenidos se realizará combinando el uso de la pizarra con la utilización de medios audiovisuales. Selectivamente a lo largo del cuatrimestre se incorporarán seminarios de profundización o ampliación de determinados temas o aspectos de interés.

4. Actividades

Las actividades docentes estarán divididas en las siguientes fases desarrolladas por cada capítulo:

Evaluación previa, en la cual se analiza hasta que punto el alumno ha sido capaz de comprender los contenidos de la asignatura en una etapa de estudio previo. Se realizará en una hora de clase al inicio de cada capítulo.

Docencia expositiva en la cual se desarrollan los contenidos teóricos de la asignatura, se realizan problemas por parte del profesor y se exponen prácticas concretas para la resolución de problemas con el uso del ordenador.

Realización de ejercicios y problemas, en el sentido clásico de problemas matemáticos a resolver con papel y lápiz sobre los contenidos de la asignatura.

Realización de prácticas con uso del ordenador y manejo de los lenguajes de programación. En esta asignatura se tomará como elemento básico de trabajo el lenguaje FORTRAN y se aproximará al alumno al entorno de trabajo de los paquetes integrados a través del manejo del Scilab.

5. Material Didáctico y Bibliografía.

El material didáctico básico en cuanto a la base teórica se encuentra contenido en la guía didáctica "*Curso acelerado de análisis numérico para estudiantes de Física*", disponible para los alumnos en la fotocopidora Campus.

El material adicional para la realización de ejercicios, prácticas o complementos de la asignatura se encuentra disponible en la web <http://webpages.ull.es/users/juperez>

Existe en la Biblioteca de la Facultad una amplia bibliografía relativa a los métodos numéricos. Una lista bibliográfica extensa se encuentra al final de la guía didáctica. Para un seguimiento cercano de la asignatura podemos recomendar las obras:

- D. Kincaid, W. Cheney, *Análisis numérico: las matemáticas del cálculo científico*. Ed. Addison Wesley 1994. ISBN 0201601303
- H. Schwartz, *Numerical Analysis: A comprehensive Introduction*. Ed. J. Wiley 1989 ISBN 0471920649

6. Atención al Alumno

El horario de tutorías¹ es el de Lunes y Miércoles de 16:00 a 19:00 en el despacho 46 de la 5ª planta. El alumno puede además consultar al profesor a través del teléfono 922318261 o del correo electrónico juperez@ull.es

7. Criterios de Evaluación y Calificación

En esta asignatura se propone un modelo de evaluación continua a través de las actividades a realizar en clase, los ejercicios en el ordenador y la evaluación previa, la cual se pondera al final del cuatrimestre con la realización del examen global. En este esquema, propuesto para las asignaturas computacionales del nuevo grado de Física, la evaluación continua puede alcanzar el 60% del máximo de la calificación, ponderando el examen global proporcionalmente a la diferencia con dicho máximo.

Así pues, suponiendo c la calificación de la evaluación continua (en escala de 0-6) y z la del examen global (en escala 0-10), la calificación total será

$$p = z + c\left(1 - \frac{z}{10}\right)$$

- El seguimiento de la evaluación continua es optativo por parte del alumno y requiere que en el examen global se supere 1/3 de la calificación máxima.
- Optar por la evaluación continua supone agotar la opción de presentado en la convocatoria de Febrero.
- La calificación de los alumnos que por cualquier circunstancia no opten a la evaluación continua o no superen la misma será la calificación del examen.

8. Aula y Horario

La asignatura se impartirá en el aula 19 (aula de informática de la planta cero) en horario de 12 a 14 horas Lunes y Martes.

9. Equipo Docente

La asignatura estará impartida por el Dr. Justo Roberto Pérez Cruz, Catedrático de Física Aplicada del Departamento de Física Fundamental y Experimental.

¹ Dependiendo de la programación de otras actividades este horario puede ser cambiado a lo largo del curso. Se indicará en clase y en la web.